Conduction électrique en présence d'un champ magnétique

Une particule de charge q et de masse m se trouve en présence d'un champ électrique et d'un champ magnétique perpendiculaires. Le milieu environnant crée une force de frottement « fluide », proportionnelle à sa vitesse.

L'équation de son mouvement s'écrit : $m\frac{d\vec{V}}{dt} = q(\vec{E} + \vec{V} \wedge \vec{B}) - k\vec{V}$

La vitesse atteint rapidement une limite, qui obéit à la relation : $q\vec{E} + q\vec{V} \wedge \vec{B} = k\vec{V}$. Pour calculer cette vitesse, effectuons deux opérations :

- faisons un produit scalaire avec la vitesse :

$$q\vec{E} \bullet \vec{V} + (q\vec{V} \wedge \vec{B}) \bullet \vec{V} = k\vec{V} \bullet \vec{V}.$$

Le produit mixte étant nul, cette équation se simplifie en :

$$\mathbf{qE\cos(\theta) = kV} \quad (1)$$

- faisons un produit vectoriel avec la vitesse :

$$q\vec{E} \wedge \vec{V} + (q\vec{V} \wedge \vec{B}) \wedge \vec{V} = k\vec{V} \wedge \vec{V}$$

Le second membre étant nul, cette équation se simplifie après calcul du double produit vectoriel en :

$$\mathbf{qE\sin(\theta) = -qBV} \quad (2)$$

Le quotient membre à membre de ces deux relations donne ***l'angle de Hall :***

$$\boxed{\tan(\theta) = -\frac{qB}{k}}$$

En les élevant au carré et en ajoutant on obtient :

$$(qE)^2 = (k^2+q^2B^2)\, V^2$$

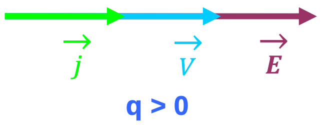
d'où le module de la vitesse :

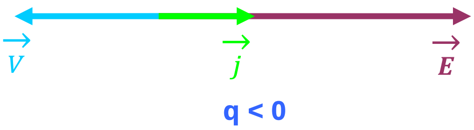
$$\boxed{V = \frac{qE}{\sqrt{k^2+q^2B^2}}}$$

Le vecteur densité de courant a pour expression $\vec{j} = nq\vec{V}$, où n est la densité de porteurs.

❖ En absence de champ magnétique, on obtient

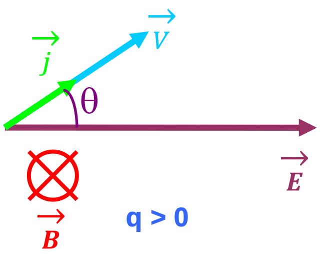
$\tan(\theta) = 0 \Rightarrow \theta = 0$ et $V = \frac{q}{k}\vec{E} = \mu\vec{E}$, où μ est la mobilité du porteur de charge. ***La vitesse des particules est proportionnelle au champ électrique :***

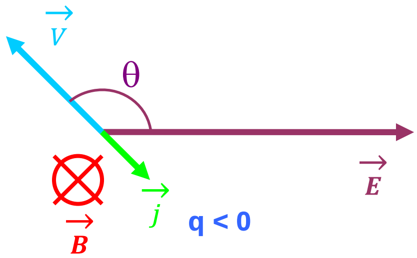




❖ En présence de champ magnétique la vitesse est déviée et son module est diminué :

$$\boxed{V = \frac{qE/k}{\sqrt{1+\left(\frac{qB}{k}\right)^2}} = \frac{qE/k}{\sqrt{1+\tan^2(\theta)}} = \frac{qE}{k}\cos(\theta)}$$





Les particules avancent « en crabe », et leur contribution à la conductivité correspond au projeté du vecteur j sur le vecteur champ électrique, soit j cos(θ). La conductivité est proportionnelle à E cos²(θ), et la résistivité a pour expression :

$$\boxed{\rho = \rho_0\left(1+\frac{q^2B^2}{k^2}\right)}$$

Avec ρ_0 la résistivité sans le champ magnétique.

La résistivité augmente de façon importante avec le champ magnétique : c'est le phénomène de magnéto-résistivité.

[Retour à l'animation]